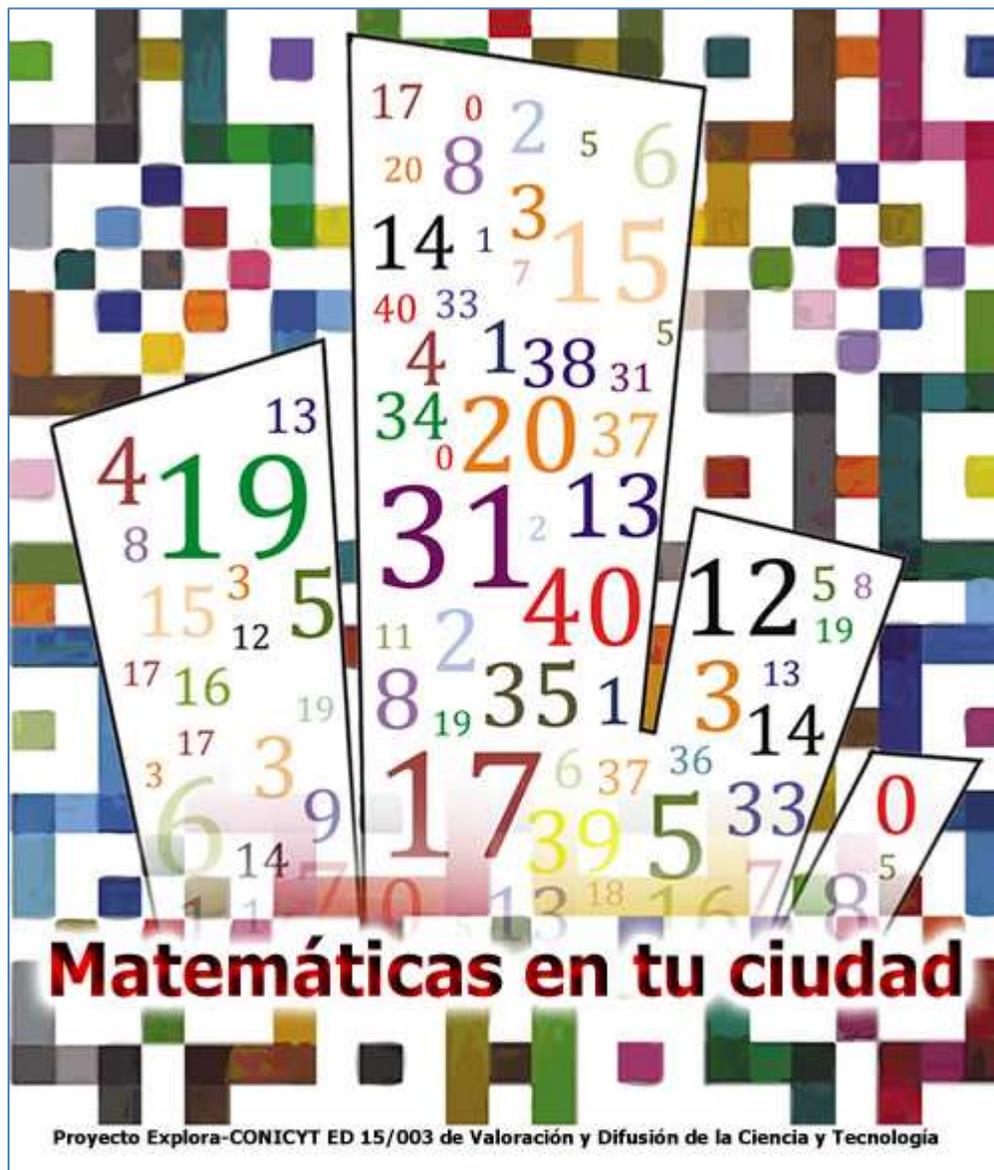


MATCITY

ACTIVIDAD LOCAL Nº 1:

DISTANCIAS EN LA CIUDAD



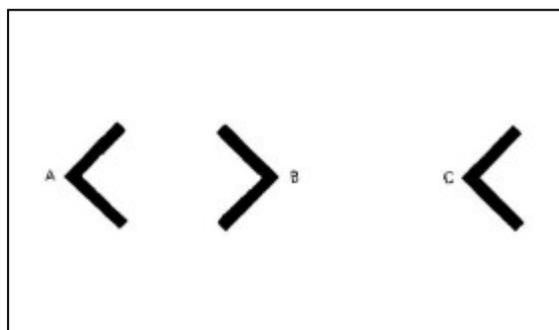
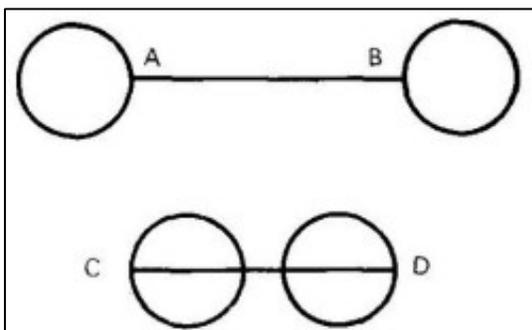
DISTANCIAS EN LA CIUDAD

Hemos querido comenzar la primera sesión “local” de Matcity con algo que es común a todos nosotros, independientemente del lugar donde vivamos: las distancias en la ciudad.

Todos hemos “recorrido distancias” en la ciudad: algunas muy largas, otras muy cortas. Algunas a pie, otras en bus o automóvil.

Si alguien nos habla de “distancia”, probablemente pensemos en dos objetos, y la necesidad o interés por saber qué tan cerca (o lejos) están. La “distancia” la podemos traducir en cierta unidad de medida. Mientras más pequeña, más cerca, y mientras más grande, más lejos.

La distancia no siempre es fácil de medir, o de estimar, o de comparar. Muchas veces, nuestros sentidos nos engañan, y es lo que da lugar a una serie de “Ilusiones Ópticas”, como las siguientes:



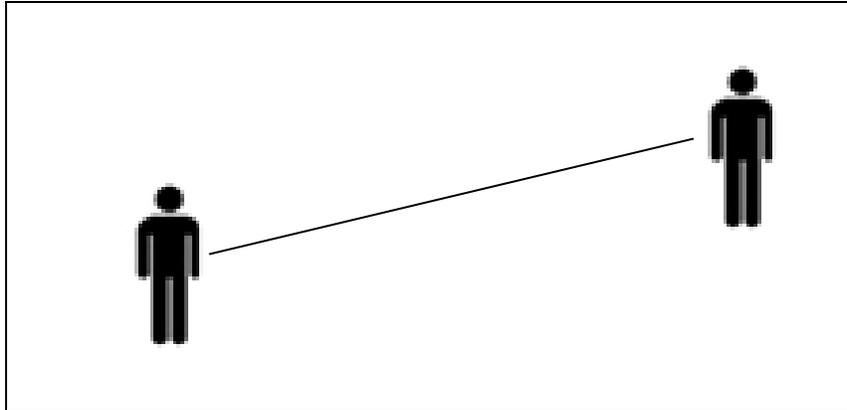
Aunque parezca sorprendente, en la figura de la izquierda, la distancia entre los puntos A y B es la misma que aquella entre los puntos C y D. En la figura de la derecha, la distancia entre A y B es la misma que entre B y C.

Este tipo de ilusiones ópticas, además de entretenidas, tienen un sustento matemático, y son frecuentemente utilizadas en el arte, con aspectos propios de contraste, distorsión, degradados, perspectivas, etc. Hay un concepto muy interesante: “anamorfosis”. Intenta buscar su significado en internet en otra oportunidad.

Pero nuestra actividad no va por el lado de las ilusiones ópticas. Queremos hacerte ver que podemos razonar matemáticamente con el concepto de distancia, recurriendo a algo tan simple y cotidiano como la distribución de las cuadras en una ciudad.

¿LÍNEA RECTA O DISTANCIA? DISTANCIA MATCITY

¿A qué distancia están estas dos personas?



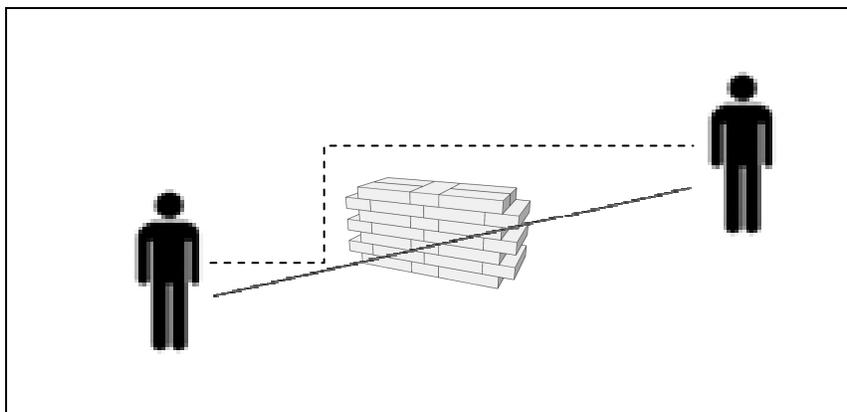
“La distancia es lo que mide la línea recta”, es lo que pensamos inmediatamente.

¡Muy Bien!, aunque al responder así, probablemente estés suponiendo dos cosas (¡y probablemente, no te hayas dado cuenta de ello!):

- No hay nada que interfiera con el desplazamiento entre ellas.
- Lo que mides es en realidad lo que debiera recorrer una persona hasta llegar donde la otra.

Es decir, implícitamente, estamos suponiendo que es posible realizar el desplazamiento desde un lugar al otro.

¿Cuál sería tu respuesta si la situación fuera la siguiente, la línea recta o la línea punteada? Probablemente, la línea punteada, aunque si alguien nos dice que es la línea recta, ¿estará equivocado?.



¿Quién tiene la razón? Depende lo que cada uno esté entendiendo por “distancia”.

El “entenderse” es uno de los mayores problemas en matemática: debemos trabajar con elementos o conceptos que aseguren que todos entienden lo mismo, ya que de otra manera, no podremos trabajar adecuadamente. Todas esas “definiciones” o “símbolos extraños” que ves en clases de matemática tienen ese propósito: asegurarse que todos hayan recibido el mismo mensaje, para que al hablar de “cuadrado”, “ángulo recto”, “apotema”, “teselación” u otros, tú y tus compañeros se estén refiriendo a lo mismo.

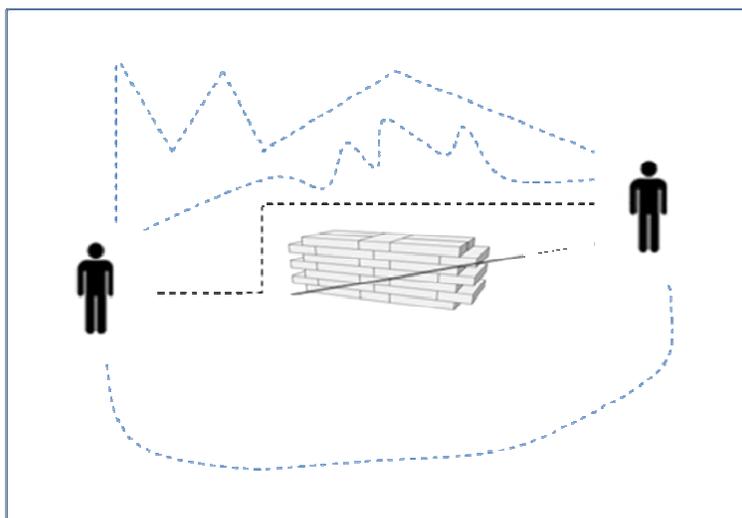
Para esta actividad Matcity, vamos entonces a ponernos de acuerdo en qué vamos a entender por distancia, por lo que haremos tres “definiciones” para que podamos trabajar:

Definición 1: Llamaremos “Trayecto” o “Trayectoria” desde el punto A hasta el punto B a cualquier línea que permita unir desde el punto A al punto B.

Definición 2: Llamaremos “Trayecto realizable” o “Trayectoria realizable” desde el punto A hasta el punto B a un trayecto para el cual no existe ningún impedimento o restricción para partir del objeto A y desplazarse hasta el objeto B a través de ese trayecto.

La definición 2 nos dice entonces que la línea recta “que atraviesa la pared” de la página anterior, no será un trayecto realizable, en cambio sí lo será el trayecto de línea punteada.

Para dos personas, puede haber muchos, muchísimos trayectos realizables. Mira la siguiente figura ¿en cuál de todos los trayectos realizables piensas cuando te hablan de distancia?



Seguramente, es en el trayecto realizable *más corto*.

Precisamente, acordaremos ese criterio como “Distancia realizable”

Definición 3: Llamaremos “Distancia Realizable” desde el punto A hasta el punto B” a la medición más corta del trayecto realizable que nos permita llegar desde el punto A hasta el punto B.

Ahora que tenemos claro de qué hablaremos, es hora de ponernos a razonar con ese pequeño concepto y su alcance, veremos que tenemos para entretenernos un buen rato.

- ¿Será igual la “distancia realizable desde A hasta B” a la “distancia realizable” desde B hasta A”?
- ¿Será única la “trayectoria realizable” que nos define la “distancia realizable” entre dos puntos?
- ¿Dependerá del “tipo de punto A” o del “tipo de punto B” lo que valga la distancia realizable?
- ¿Podremos colocar obstáculos o restricciones que hagan que la “distancia realizable” varíe para algunas cosas, y para otras no?

Un último detalle: Si vamos a medir trayectos, necesitaremos tener “unidades de medida”. Tú seguramente conoces algunas: metros, kilómetros, años luz, etc. Como vamos a trabajar en la ciudad, vamos a utilizar una unidad que es bien natural: las cuadras.

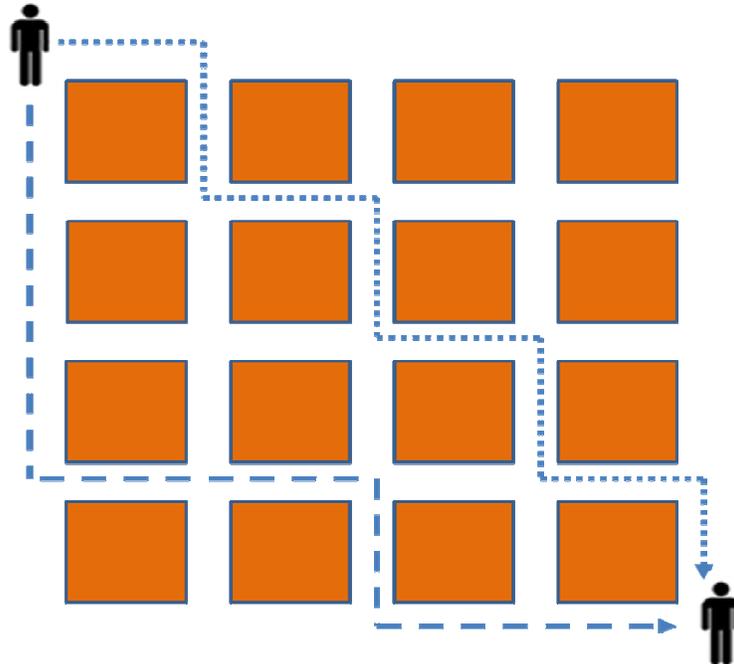
- Otra pregunta a raíz de lo anterior. ¿Cuál crees que podría ser el problema de trabajar con la unidad de medida “pasos de personas”?

DISTANCIAS EN LA CIUDAD:

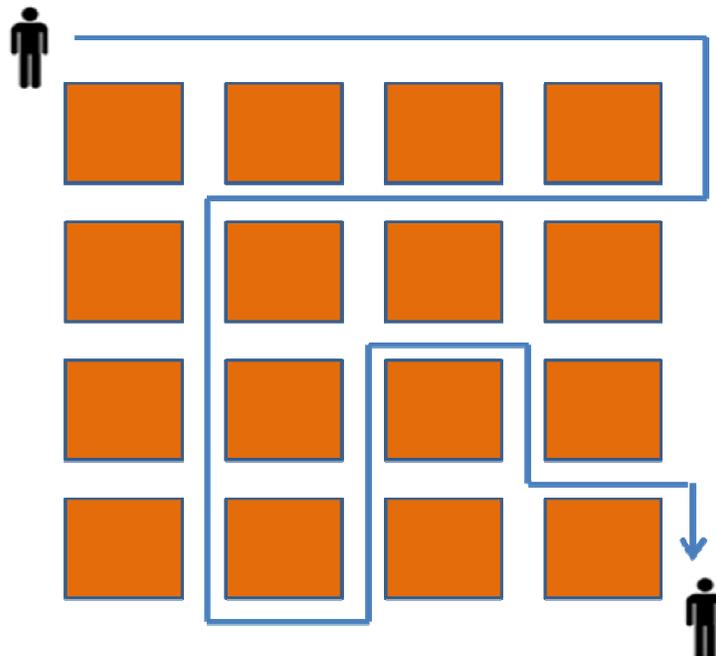
Imaginemos que tenemos la siguiente distribución de cuadras, en donde hay dos personas ubicadas en las posiciones indicadas.

¿Cuál es su “distancia realizable”?

Para medir, vamos a suponer que cada cuadrado es una “cuadra” de la ciudad. Si es así, el trayecto punteado mide 8 cuadras, y el trayecto de líneas mide...8 cuadras también!



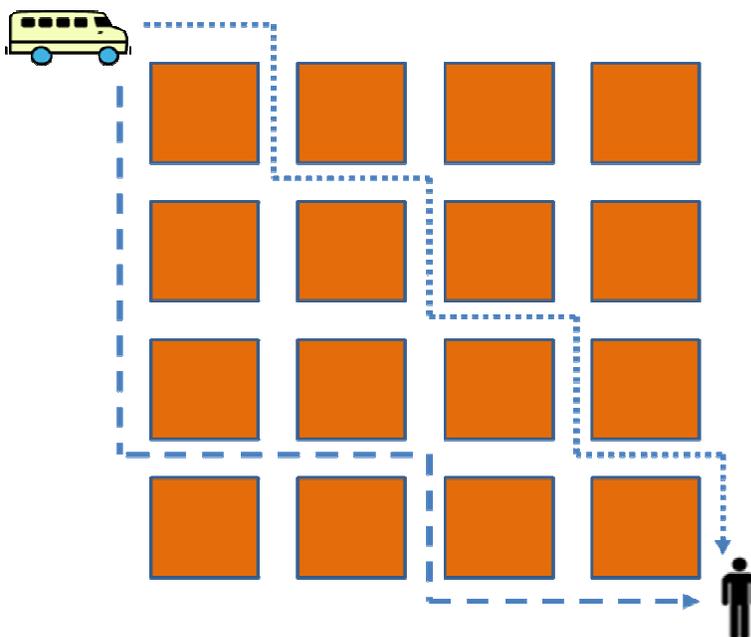
También podríamos haber “paseado un poco” antes de llegar. Por ejemplo, el siguiente trayecto mide 18 cuadras. Si bien sigue siendo un trayecto realizable, claramente no es lo que entendemos por distancia realizable, ya que existen otros trayectos realizables que son más cortos.



¿Cuál es la “distancia realizable” entre estas dos personas? 8 cuadras. No encontrarás un trayecto que pueda tener menos cuadras que ocho.

Lo que sí encontrarás es que hay muchos otros trayectos que miden 8 cuadras. Intenta trazarlos sobre los dibujos anteriores.

Complicuemos un poco las cosas. Si en lugar de dos personas, quisiéramos llegar donde la persona de abajo en automóvil, ¿cuál sería la “distancia realizable” ahora?



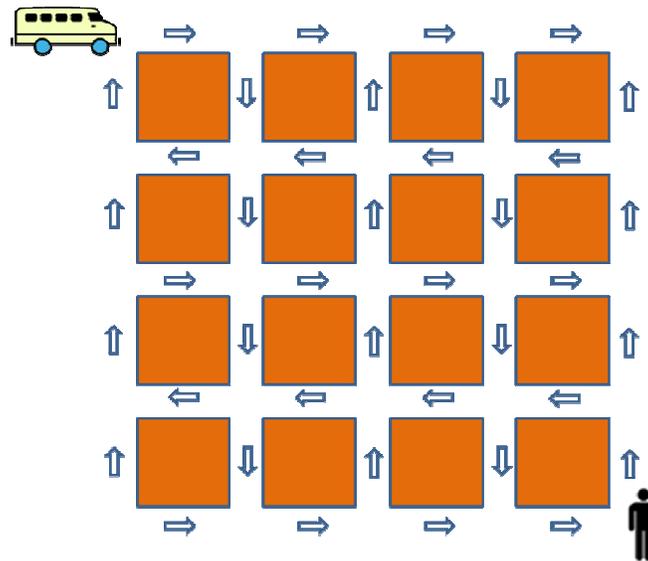
Aparentemente la misma. Claro, esta vez llegaremos más rápido, pero estaremos recorriendo igual las ocho cuadras...

Pero en la ciudad, a diferencia de las personas, los autos no circulan por donde se les dé la gana: hay direcciones para circular. Es decir, vamos a tener que incorporar algunas restricciones a los trayectos, que harán probablemente, que las distancias realizables resulten diferentes.

Una pregunta interesante es la siguiente: ¿hay alguna razón práctica para que las ciudades tengan “calles con sentido de tránsito”? ¿Qué pasaría si todas las calles tuvieran doble sentido de tránsito?

Incorporemos estas restricciones a los trayectos que queramos hacer en automóvil: deben respetar el sentido del tránsito, y veamos qué ocurre con las distancias realizables.

Lo que tenemos entonces en la ciudad, es algo más bien como esto:

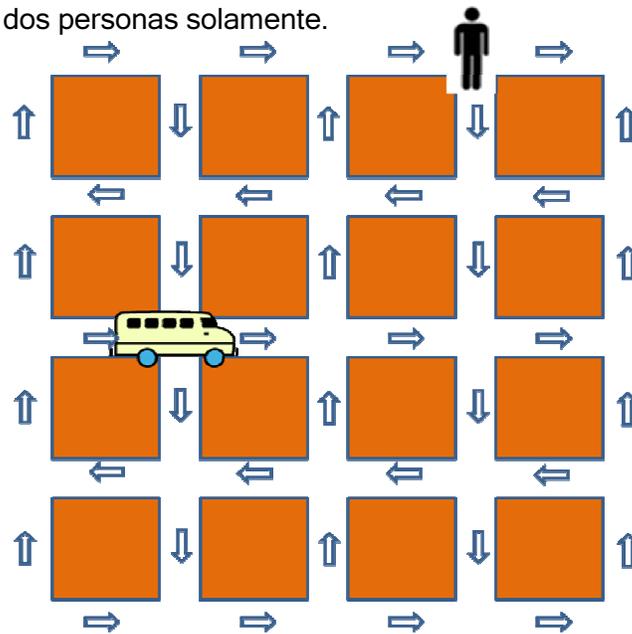


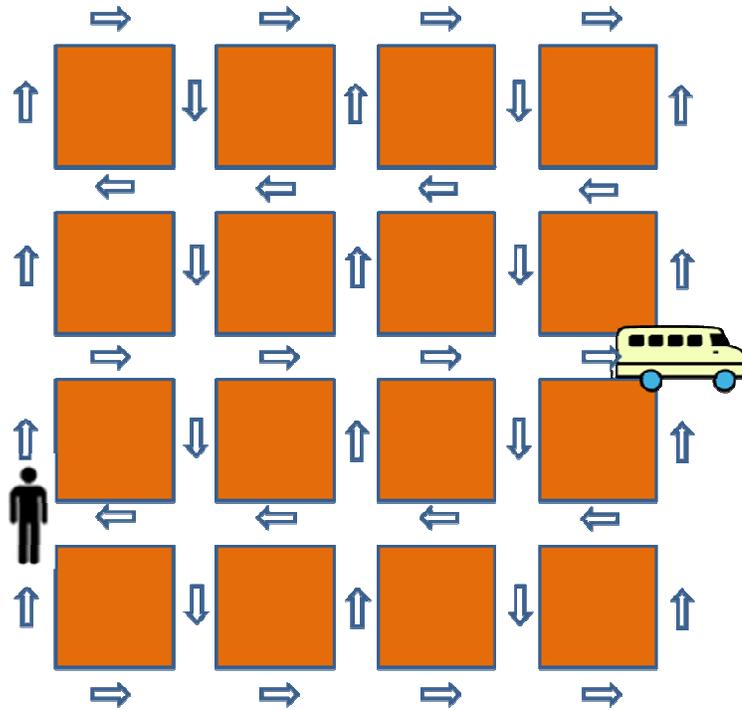
Observa lo siguiente: a pesar de haber incorporado sentidos de circulación en las calles, la “distancia realizable” entre el automóvil y la persona...también resulta ser 8 cuadras!

¿Será que la “distancia realizable” es independiente entonces de ser peatón o conductor?

Como siempre, para poder responder en Matemática, tenemos que entender la pregunta, y pensar la respuesta.

Analiza las dos situaciones siguientes para que vayas pensando la respuesta: calcula la distancia realizable desde el automóvil a la persona, y compárala con la distancia realizable si fueran dos personas solamente.

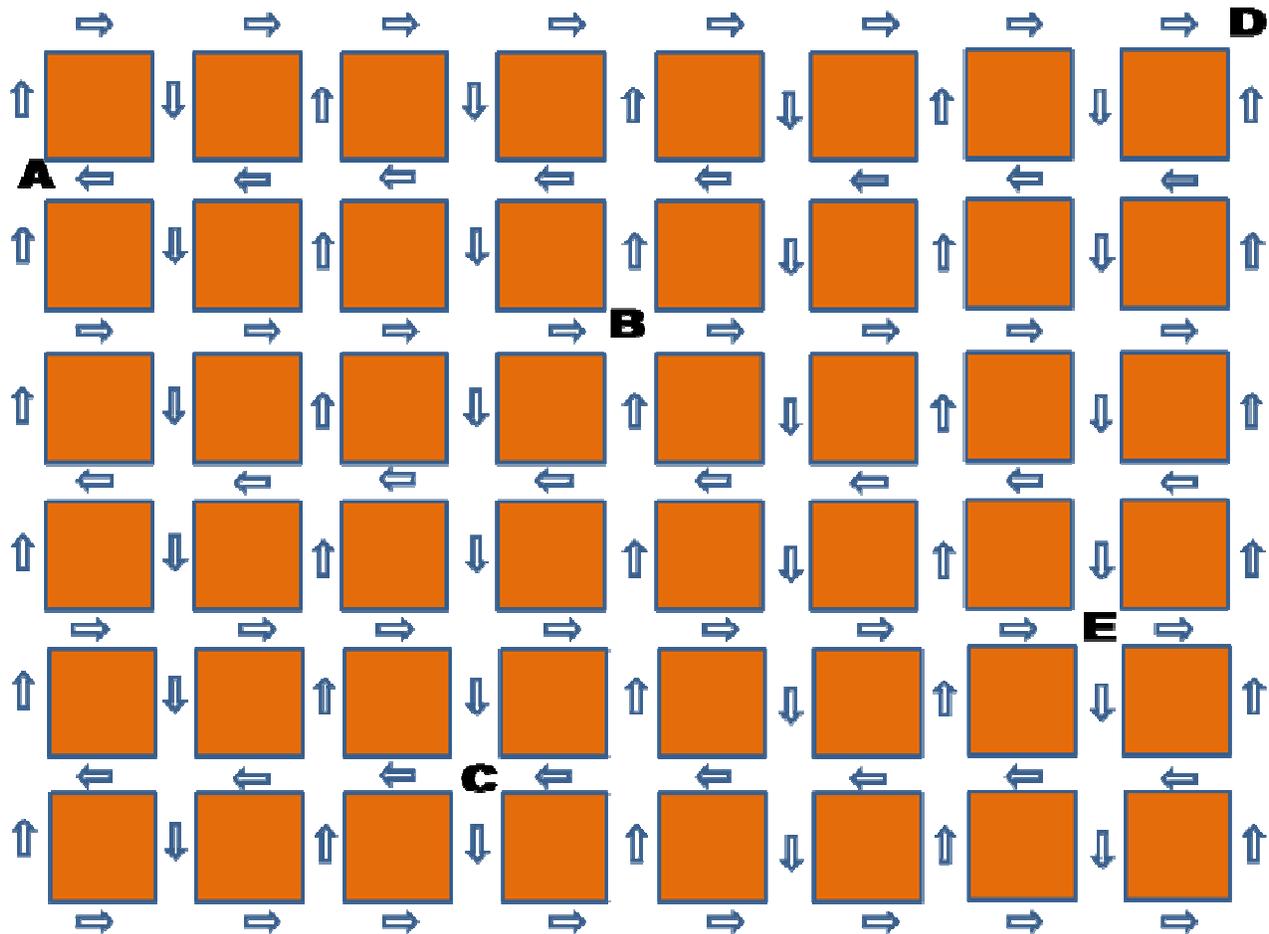




Parece que ya tienes la respuesta. ¿Será siempre la “distancia realizable” entre dos personas menor a la “distancia realizable” entre un automóvil y una persona? (asumiendo que existen sentidos de tránsito).

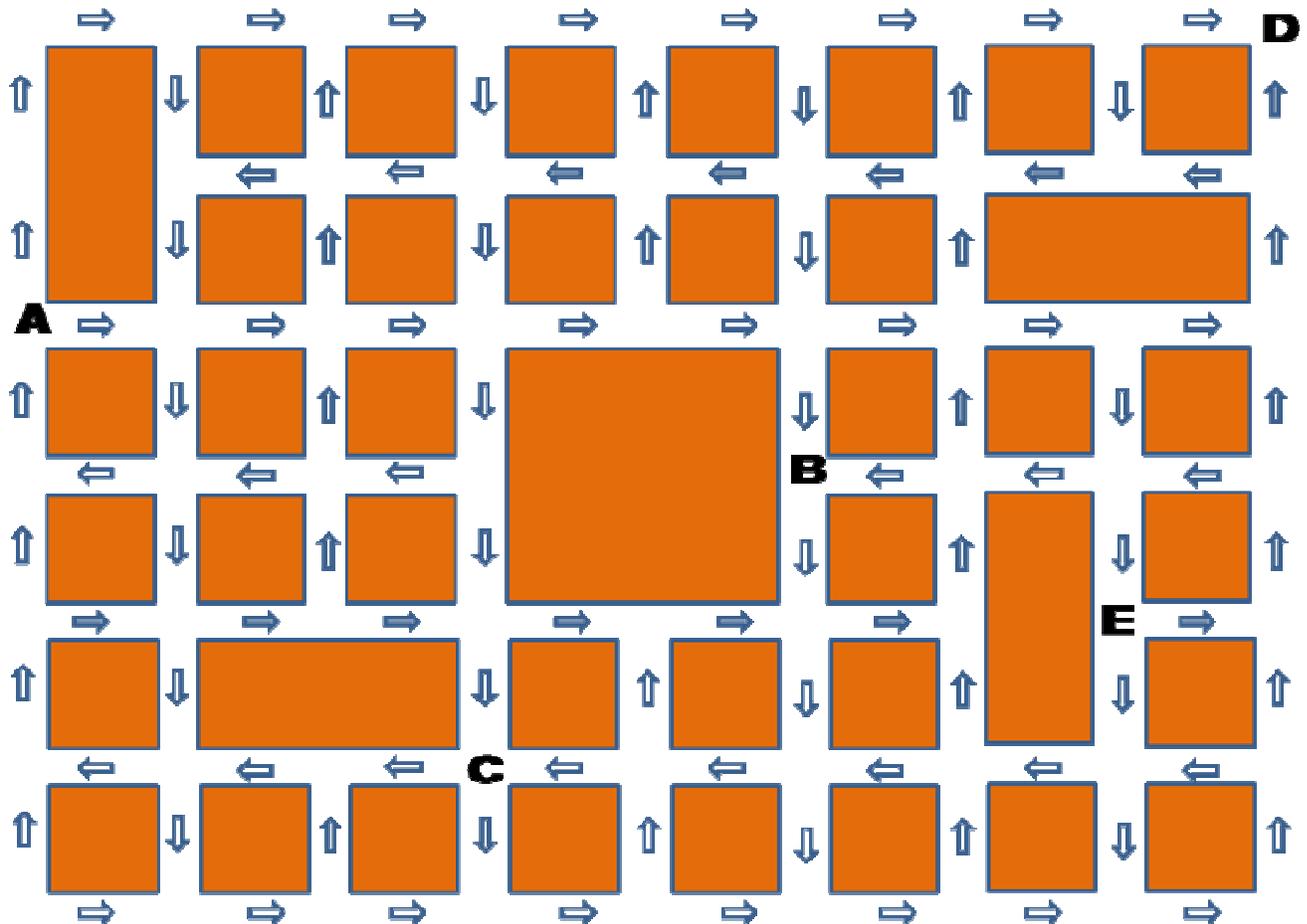
En las páginas que siguen, encontrarás una “ciudad más grande”, para que puedas trabajar y entretenerte calculando distancias entre los diferentes puntos que indicamos en ella, y una sin puntos, para que puedas definir con tus compañeros tus propios desafíos.

Recuerda además que tu ciudad existe, con lo cual, no necesariamente el sentido de tránsito en las calles (ni su forma) son necesariamente las que estamos viendo acá. Intenta conseguir un mapa (puedes intentarlo con google maps, de acceso gratuito), para analizar las distancias realizables entre aquellos lugares que son importantes para ti.



- Calcula la “distancia realizable” entre todas las parejas de puntos que puedas hacer con A,B,C,D,E, asumiendo que cada punto es una persona. ¿Cuál par de puntos está a la menor distancia?
- Calcula ahora la “distancia realizable” entre todas las parejas de puntos, asumiendo esta vez que los puntos son automóviles. ¿Cuál par de puntos resultó ser ahora el que estaba a menor distancia?
- Supongamos que el vehículo A debe ir hasta donde E, pero debe pasar a recoger a las personas en B y D, ¿cuál será la “distancia realizable” que deberá recorrer el vehículo para llegar a su destino? ¿Hay un único “trayecto realizable” para hacerlo?
- Supongamos finalmente que por arte de magia, todas las calles cambian de sentido (es decir, todas las flechas “se invierten”. ¿Crees que alguna de las distancias realizables que calculaste antes resultará la misma que antes, o todas cambiarán necesariamente?

En muchas ciudades, “no todas las calles tienen cuadras”. Con esto, estamos diciendo que a veces, hay algunos lugares en donde no es posible tener una intersección de calles por cada cuadra. Veamos si eso tiene algún efecto en nuestros cálculos de distancia realizable.



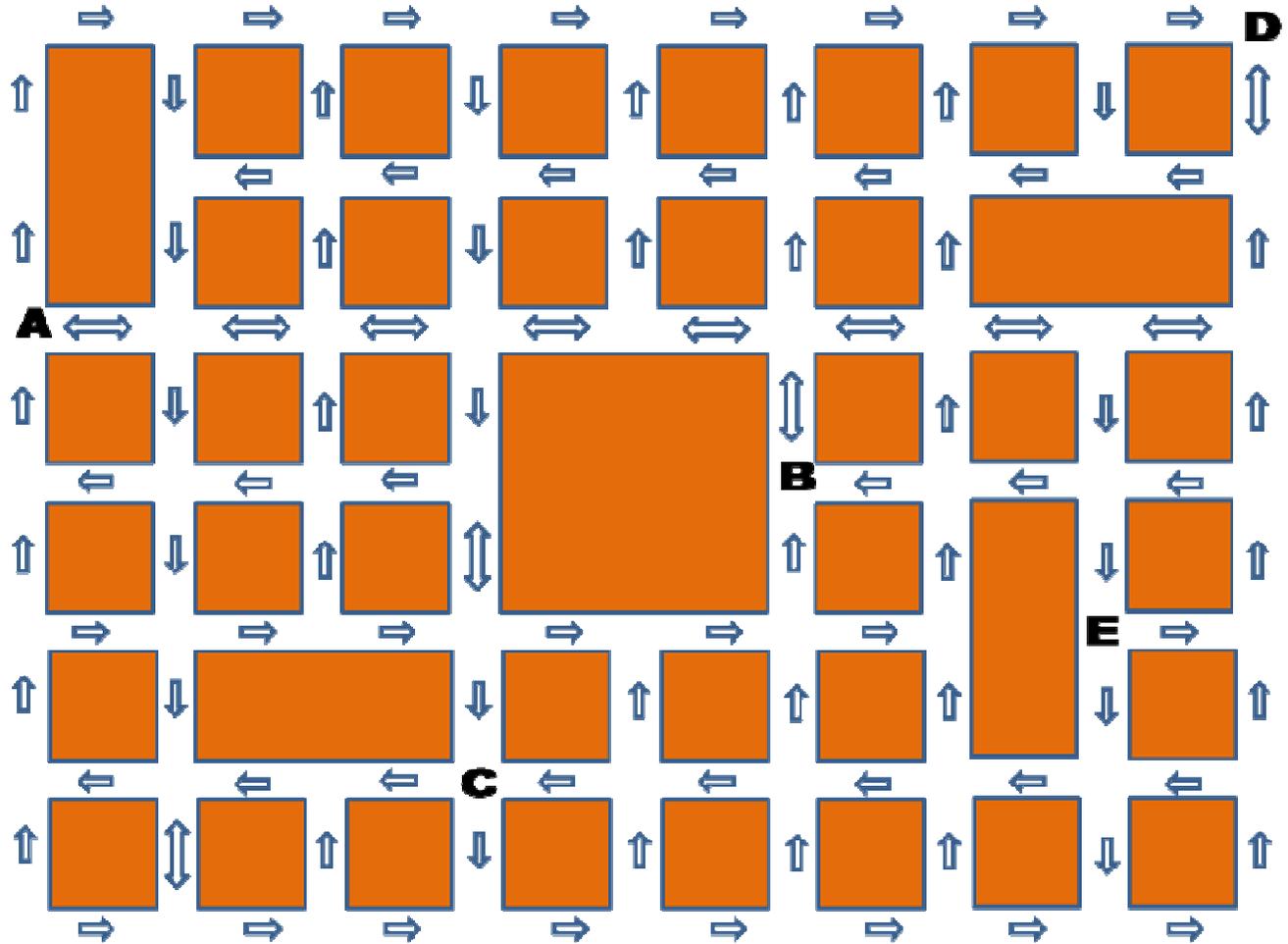
- Calcula la “distancia realizable” desde A hasta cada uno de los otros puntos, asumiendo que cada punto es una persona. ¿Cuál par de puntos está a la menor distancia?
- Calcula la “distancia realizable” desde A hasta cada uno de los otros puntos, asumiendo esta vez que A es un automóvil. ¿Cuál par de puntos resultó ser ahora el que estaba a menor distancia?
- Si tuvieras que ir en vehículo desde A hasta E, ¿Cómo escogerías recoger en el camino a las personas en B, C y D para andar lo menos posible?

Finalmente, vamos a la ciudad como la conocemos: algo desordenada (aunque no por eso menos interesante). Tenemos calles o avenidas con tránsito en los dos sentidos, o bien sectores o tramos con doble sentido de tránsito y otros no.

También ocurre que tenemos (aunque pocas, pero hay), calles consecutivas con el mismo sentido de tránsito (por ejemplo, en Concepción, las calles Ainavillo y Lientur), y en realidad, muchas otras situaciones que hacen que las “distancias en la ciudad” sean algo que vale la pena mirar con ojos matemáticos.

Practiquemos una última vez, y luego intenta hacer un “mapa de calles” de tu entorno, para que compares tus resultados.

- Calcula la “distancia realizable” desde A hasta cada uno de los otros puntos, asumiendo que A es un automóvil. ¿Cuál par de puntos resultó ser ahora el que estaba a menor distancia?
- ¿Qué ventajas puede tener la doble circulación, en relación al efecto en las distancias en la ciudad?



¡Hasta el próximo Matcity!

